$F'(x)=\cos x.f(\sin x)=\cos x.\sqrt{1-\sin^2 x}=\cos x.|\cos x|$

$F'(x)=\cos^2 x$ car $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

2) F est continue sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$F'(x)=\cos^2 x=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$

d'où $F(x)=\frac{1}{2}(x+\frac{1}{2}\sin 2x)+k \quad (k\in\mathbb{R})$

$F(0)=\int_0^0\sqrt{1-t^2}\,dt=0 \Rightarrow 0+k=0 \Rightarrow k=0$

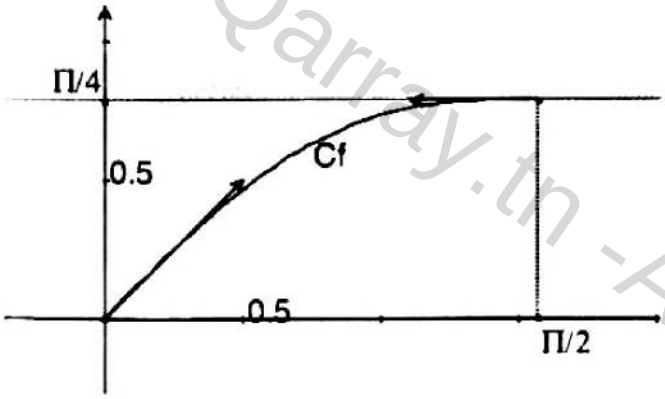
d'où $F(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x$

3) $\int_0^1\sqrt{1-t^2}.dt=\int_0^{\sin\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-t^2}.dt=F(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{4}$

4) $F(x)=\cos^2 x\geq 0$

$F'(0)=1$

x	0		$\frac{\pi}{2}$
F'(x)	0	+	0
F(x)	0	↗	$\frac{\pi}{4}$



EX 39 :

$f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ $x\in[-2,2]$

1) $\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)+\sqrt{4-x^2}}{x-2}$

$=\lim_{x\to 2^-}1+\frac{\sqrt{4-x^2}}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}1+\frac{4-x^2}{(x-2)\sqrt{4-x^2}}$

$=\lim_{x\to 2^-}1-\frac{2+x}{\sqrt{4-x^2}}=-\infty$

f non dérivable à gauche en 2

de meme f non dérivable à droite en (-2)

f est dérivable sur]-2,2[

$f'(x)=1-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

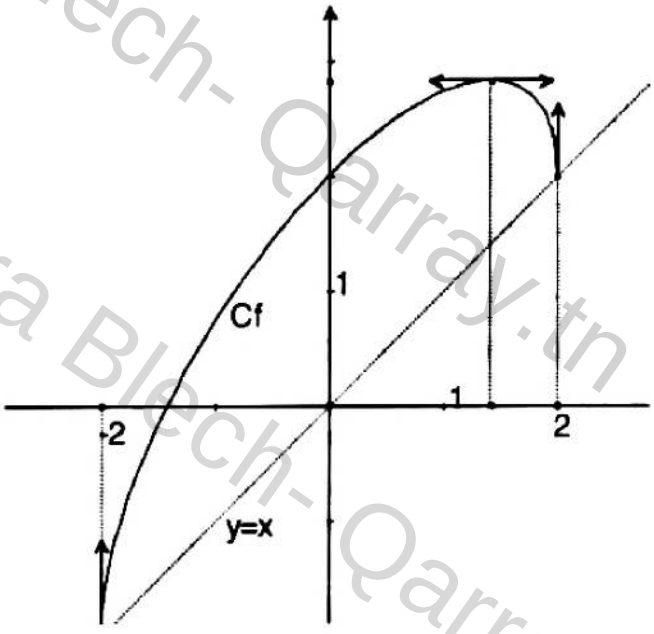
* pour $x\in]-2,0]\rightarrow f'(x)>0$

* pour $x\in[0,2[$: $f'(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}-x}{\sqrt{4-x^2}}$

$f'(x)=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}(\sqrt{4-x^2}+x)}$

$=\frac{2(\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)}{\sqrt{4-x^2}(\sqrt{4-x^2}+x)>0}$ signe de $(\sqrt{2}-x)$

x	-2		$\sqrt{2}$		2
f'(x)	|	+	0	-	|
f(x)	-2	↗	$2\sqrt{2}$	↘	2



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn